
Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 06.12.2004 vor der Vorlesung

Aufgabe 1

Wenn Sie $2^n - 1$ Schlüssel in einen Binärbaum einfügen wollen, wie viele Einfügereihenfolgen gibt es dann, die den gleichen vollständigen binären Suchbaum produzieren?

Aufgabe 2

Die Fibonacci-Zahlen sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_n &= F_{n-2} + F_{n-1}\end{aligned}$$

- (a) Zeigen Sie, dass $\frac{F_{n-1}}{F_{n+1}-1} \leq \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ für alle $n \geq 1$ gilt.
- (b) Zeigen Sie, dass in einem AVL-Baum mit n inneren Knoten höchstens $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \cdot n$ unbalancierte innere Knoten (d.h. Knoten x mit $B(x) \neq 0$) existieren können. (Hinweis: Ein AVL-Baum der Höhe h besitzt mindestens $F_{h+2} - 1$ innere Knoten.)

Aufgabe 3

Finden Sie Beispiele dafür, dass in einem AVL-Baum das Einfügen eines weiteren Schlüssels $\Omega(\log n)$ Rotationen nach sich zieht.

Aufgabe 4

Geben Sie Update-Regeln für die Balancierungsindizes bei INSERT und DELETE in AVL-Bäumen an, wenn in diesen nur die Balancierungsindizes an Stelle der Höhen der Teilbäume abgespeichert sind.