

---

## Diskrete Strukturen I

---

### 23. TicTacToe und mehr

- Bestimmen Sie den Koeffizienten von  $t^3xy^4z$  in  $(x + y + z + t)^9$ .
- Wieviele verschiedene Stellungen gibt es bei dem Spiel TIC TAC TOE nach 4 Zügen (d.h. wenn jeder Spieler zweimal gesetzt hat)? Der erste Zug muß nicht in der Mitte liegen.

### 24. Bell und Stirling

- Zeigen Sie, daß für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$S_{n,n-2} = \frac{1}{24}n * (n - 1) * (n - 2) * (3n - 5).$$

- Die sogenannte n-te Bellzahl  $B_n$  bezeichnet die Anzahl Partitionen einer n-elementigen Menge. Es gilt also

$$B_n = \sum_{k=1}^n S_{n,k} \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N},$$

wobei man  $B_0 = 1$  setzt.

Zeigen Sie, daß für die Bellzahlen die Rekursion

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} B_k \quad \text{für alle } n \geq 1$$

erfüllt ist.

### 25. Tupelzählen

- Wieviele verschiedene Tupel  $(A_1, A_2)$  mit  $A_1, A_2 \subseteq \{1, \dots, n\}$  und  $A_1 \cap A_2 = \emptyset$  gibt es?
- 3 identische (ununterscheidbare) Würfel werden gleichzeitig geworfen. Wieviele verschiedene Ergebnisse gibt es?
- Wieviele Lösungen der Gleichung  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21$  mit  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  gibt es?

### 26. Unterscheidungsmengen

Sei  $D_{n,k}$  die Menge aller Teilmengen aus  $[n]$  mit  $k$  Elementen, wo sich zwei Elemente um mindestens 2 unterscheiden. Finden Sie eine Menge  $M$  und eine bijektive Abbildung zwischen  $D_{n,k}$  und der Menge aller  $k$ -elementigen Teilmengen aus  $M$ . Bestimmen Sie die Anzahl der Elemente in  $D_{n,k}$ .