
Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1 (Messfehler)

Eine Laufzeitmessung wird n -mal durchgeführt. Bei der i -ten Messung tritt ein Meßfehler von ξ_i ns auf, wobei ξ_i gleichverteilt über $[-1, 1]$ ist.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Mittelwert aller n Messungen um nicht mehr als δ ns vom exakten Wert abweicht? Dabei sei $\delta < 1$.
- Wieviele Messungen sind nötig, damit der ermittelt Wert nur mit Wahrscheinlichkeit 0.95 um 0.2 ns vom eigentlichen Wert abweicht?

Aufgabe 2 (log-Normalverteilung)

Seien X_1, \dots, X_n unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen mit beschränktem Wertebereich $[a, b]$ für $0 < a < b$. Zeigen Sie mit dem Zentralen Grenzwertsatz, dass das Produkt $\prod_{i=1}^n X_i$ für $n \rightarrow \infty$ log-normalverteilt ist.

Aufgabe 3 (Schätzvariablen)

Seien X_1, \dots, X_n unabhängige Stichproben von Werten einer Zufallsvariable X . Wir wollen $\mathbb{E}[X]$ mit $Y := \sum_{i=1}^n \lambda_i X_i$ abschätzen.

- Zeigen Sie, dass Y ein erwartungstreuer Schätzer ist, falls $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.
- Warum besitzt dieser Schätzer die höchste Effizienz, falls $\lambda_1 = \dots = \lambda_n = \frac{1}{n}$?

Aufgabe 4 (ML-Schätzer)

Seien X_1, \dots, X_n Stichproben einer Zufallsvariablen $X \sim \text{Po}(\lambda)$ mit unbekanntem λ . Berechnen Sie einen ML-Schätzer für λ .