
Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1 (Jobs und Prozessoren)

Gegeben seien ein Parallelrechner mit fünf unterscheidbaren Prozessoren P_1, P_2, \dots, P_5 und drei voneinander nicht unterscheidbare Jobs.

- Wieviele Möglichkeiten gibt es, diese Jobs auf die einzelnen Prozessoren zu verteilen, wenn jedem Prozessor höchstens ein Job zugeteilt werden darf?
- Wieviele Möglichkeiten gibt es dafür, dass die Prozessoren P_1, P_2, P_3 genau zwei und P_4, P_5 den verbleibenden Job bekommen?
- Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der das in (b) beschriebene Ereignis bei einer zufälligen Verteilung der Jobs¹ eintritt?

Aufgabe 2 (Coupon-Collector-Problem)

Es sind k Abziehbilder in Haselnusstafeln versteckt, wobei jedes Bild mit gleicher Wahrscheinlichkeit versteckt ist². Wenn Sie n Haselnusstafeln kaufen, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass Sie alle Bildchen bekommen?

Aufgabe 3 (Urnen)

Gegeben sind zwei Urnen U_1 und U_2 . In U_1 sind zwei weiße und sieben schwarze Kugeln; in U_2 sind fünf weiße und sechs schwarze Kugeln. Wir werfen eine faire Münze³ und ziehen bei Kopf eine Kugel aus U_1 und bei Zahl eine aus U_2 . Wie hoch ist die *bedingte* Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis des Münzwurfs Kopf war unter der Bedingung, dass eine weiße Kugel gezogen wurde.

Aufgabe 4 (Lotto)

Wir betrachten ein einfaches Lottospiel, bei dem 6 aus 49 Zahlen (ohne Zusatzzahl) gezogen werden. Berechnen Sie eine (möglichst gute) Schranke für die minimale Anzahl von Ziehungen bis mit Wahrscheinlichkeit mindestens $1/2$ ein Ziehungsergebnis doppelt auftritt. Wie vielen Jahren entspricht dies, wenn jede Woche zwei Ziehungen stattfinden?

¹Wenn nichts anderes gesagt wird, meinen wir mit einer zufälligen Verteilung der Jobs, dass alle Job-Prozessor-Zuweisungen gleichwahrscheinlich sind.

²In Wirklichkeit sind natürlich einige Bildchern seltener versteckt, um mehr zu verkaufen.

³Das heißt, dass die Wahrscheinlichkeiten für Kopf und Zahl gleich sind.