
Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Dienstag, den 9. Juli um 10¹⁵ in der Vorlesung

Aufgabe 1

Unten ist der Kruskal-Algorithmus zur Konstruktion minimaler Spannbäume unter Verwendung, der in Vorlesung erläuterten Union-Find-Datenstruktur angegeben.

Zeige, dass die Laufzeit durch $O(n^2)$ beschränkt ist.

KRUSKAL($G = (V, E, \gamma)$)

```
{ /* O.B.d.A. gelte  $\gamma(e_1) \leq \dots \leq \gamma(e_m)$  mit  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$  */  
  set  $E' = \emptyset$   
  for ( $i = 1; i \leq m; i++$ )  
  {  
    Sei  $e_i = \{v, w\}$ ;  
     $k = \text{FIND}(v)$ ;  
     $\ell = \text{FIND}(w)$ ;  
    if ( $k \neq \ell$ )  
    {  
       $E' = E' \cup \{e_i\}$ ;  
      UNION( $k, \ell$ );  
      if ( $|E'| == |V| - 1$ ) return ( $V, E'$ );  
    }  
  }  
}
```

Aufgabe 2

Sei F ein Feld der Länge n , das ganze Zahlen als Einträge besitzt. Die Tabelle T soll für $i \leq j \in [1 : n]$ die folgenden Werte beinhalten:

$$T[i, j] = k \quad \text{mit} \quad F[k] = \min\{F[\ell] \mid \ell \in [i : j]\}.$$

Zeige, dass sich diese Tabelle mit $O(n^2)$ Vergleichen konstruieren lässt.

Aufgabe 3

Sei T_h ein vollständiger binärer Baum T der Höhe h , d.h. jeder Pfad von der Wurzel zu einem Blatt hat dieselbe Länge h (die Länge eines Pfades die Anzahl seiner Kanten).

Zeige, wie man eine Vorverarbeitung auf T_h in linearer Zeit durchführen kann, so dass anschließend jede lca-Anfrage (least common ancestor, niedrigster gemeinsamer Vorfahre) in konstanter Zeit durchgeführt werden kann.

HINWEIS: Es wird dabei vorausgesetzt, dass Bitoperationen auf Zahlen, deren Binärdarstellung Länge $O(h)$ besitzt, in konstanter Zeit ausgeführt werden können.